Estimación de cruzamientos en un sistema dialélico p(p-1)/2.[1]

S. P. Sinha[2] y Raúl Barnier B.[3]

INTRODUCCION

El sistema de cruzamientos dialélicos se usa comúnmente en un programa de mejoramiento de maíz. Los resultados obtenidos por este procedimiento pueden ser utilizados para pronosticar los cruzamientos dobles, los cuales darán una idea al investigador sobre cuáles de estas cruzas dobles conviene realizar, de acuerdo a los métodos delineados por Jenkins, Anderson, y otros autores, citados por Allard (1). Sucede frecuentemente que por varias razones no se realizan algunos cruzamientos, o no se cuenta con suficiente semilla; en tales casos se necesita una estimación de estos rendimientos, los cuales podrían ser usados, con cierto grado de seguridad, para predecir el rendimiento del híbrido doble.

En el presente trabajo se desarrollará un método para estimar algunos cruzamientos faltantes, los cuales pueden ser usados para la predicción de los híbridos dobles correspondientes.

Varios autores (2, 3, 6, 7) han sugerido el uso de una parte de los cruzamientos dialélicos que es posible realizar con p líneas, cuando el número de estas líneas es grande, seleccionando los cruzamientos que son sometidos a ensayo mediante sistemas de muestreo. Basándose en una estimación de los cruzamientos simples no ensayados se hace una estimación de los cruzamientos dobles. Algunos de los autores citados anteriormente, han basado sus estimaciones en el modelo, $y_{ij} = \hat{\mu} + g_i + g_j$, donde g_i y g_j corresponden a los efectos de capacidad combinatoria general de las líneas i, j, ignorando la capacidad combinatoria específica.

Este trabajo se referirá al uso de un dialelo completo p(p-1)/2, es decir excluyendo los recíprocos, en donde faltan uno o más cruzamientos al azar.

TEORIA DE LA ESTIMACION

El método de análisis para este tipo de cruzamientos dialélicos, fue desarrollado por Griffing (4). El método de estimación que se usará consiste en minimizar la suma de cuadrados para capacidad combinatoria específica. Este mismo método ha sido sugerido por Kempthorne y Gurnow (7) para la estimación de los cruzamientos no ensayados en un dialelo parcial.

Si se designa por $\hat{y}_{i'j'}$ el cruzamiento faltante, formado por las líneas i', j', donde $i', j' = 1, 2, \ldots, p$, $i' \neq j'$, y representando por R la suma de cuadrados para capacidad combinatoria específica, de acuerdo con la fórmula desarrollada por Griffing, se tiene:

$$R = \sum_{i<j} y^2_{ij} - \frac{1}{(p-2)} \sum_{i} Y^2_{i.} + \frac{2}{(p-1)\,(p-2)} Y^2_{..} \qquad \text{(II. 1)}$$

donde, y_{ij} es el rendimiento de un cruzamiento cualquiera, p es el número de líneas usadas.

$Y_{i.}$, es la suma de los cruzamientos que tienen un padre en común

$Y_{..}$, es la suma de todos los cruzamientos, o sea,

$$Y_{..} = \sum_{i<j}\sum y_{ij}$$

Suponiendo que falta un cruzamiento cualquiera de los p (p-1) /2 que se designó

[1]Los autores agradecen al Ing. Agr. Ph. D. Alejandro Violić e Ing. Agr. Ismael Parker, del Proyecto Maíz, quienes proporcionaron los datos del presente trabajo.
Agradecen, además, la colaboración de la Sra. Carmen Vásquez, en los cálculos.
Recepción manuscrito: 27 de junio de 1966.
[2]Ph. D. Profesor de Estadística, Facultad de Agronomía, Universidad Católica de Chile.
[3]Ingeniero Agrónomo, Proyecto Estudios Estadísticos, Estación Experimental La Platina, Instituto de Investigaciones Agropecuarias.

como $\hat{y}_{i'j'}$, e introduciendo este valor como incógnita en la ecuación (II.1), se tiene:

$$R = (\hat{y}^2_{i'j'} + \sum_{i<j} y^2_{ij}) - \frac{1}{(p\text{-}2)} \left[\hat{y}_{i'j'} + \sum_{i'<j} y_{i'j} \right]^2 - \frac{1}{(p\text{-}2)} \left[\hat{y}_{i'j'} + \sum_{i<j'} y_{ij'} \right]^2$$

$$- \frac{1}{(p\text{-}2)} \sum_{i} Y^2_{i.} + \frac{2}{(p\text{-}1)\ (p\text{-}2)} \left[\hat{y}_{i'j'} + Y'.. \right]^2 \qquad \text{(II. 2)}$$

donde, $i' \neq i$, $j' \neq j$, $y_{ij} = y_{ji}$

$Y'..$, es el total de los cruzamientos existentes.

Para minimizar R, con respecto a $\hat{y}_{i'j'}$, se deriva (II.2) y se iguala a cero.

$$\frac{dR}{d\hat{y}_{i'j'}} = 2\hat{y}_{i'j'} - \frac{2}{p\text{-}2} \left[\hat{y}_{i'j'} + \sum_{i'<j} y_{i'j} \right] - \frac{2}{p\text{-}2} \left[\hat{y}_{i'j'} + \sum_{i<j'} y_{ij'} \right] + \frac{4}{(p\text{-}1)\ (p\text{-}2)} \left[\hat{y}_{i'j'} + Y'.. \right] \qquad \text{(II. 3)}$$

Igualando (II.3) a cero y resolviendo para $\hat{y}_{i'j'}$, se obtiene:

$$\hat{y}_{i'j'} = \frac{(p\text{-}1) \left[\sum_{i'<j} y_{i'j} + \sum_{i<j'} y_{ij'} \right] - 2Y'..}{(p\text{-}2)\ (p\text{-}3)} \qquad \text{(II. 4)}$$

Este es el estimador del cruzamiento para el caso en que hay un cruzamiento faltante. Para determinar si este valor es un mínimo, se calcula:

$$\frac{d^2R}{d\hat{y}^2_{i'j'}} = 2 - \frac{2}{(p\text{-}2)} - \frac{2}{(p\text{-}2)} + \frac{4}{(p\text{-}1)\ (p\text{-}2)} \qquad \text{(II. 5)}$$

Resolviendo por desigualdades,

$$\frac{d^2R}{d\hat{y}^2_{i'j'}} > 0 \text{ , para } p > 3.$$

En la práctica puede presentarse el caso en que falta más de un cruzamiento. Para resolver esta situación se sugieren dos métodos de cálculo: uno de ellos consiste en derivar una ecuación para cada valor, por el mismo procedimiento indicado más arriba. Las ecuaciones obtenidas serán:

$$\frac{\partial R}{\partial \hat{y}_{ab}} = \frac{\partial R}{\partial \hat{y}_{cd}} = \ldots = \frac{\partial R}{\partial \hat{y}_{rs}} = 0 \qquad \text{(II. 6)}$$

donde, y_{ab}, y_{cd} e y_{rs}, son los valores que serán estimados. La solución de estas ecuaciones dependerá de las líneas puras que intervienen en estos cruzamientos.

Otro método consiste en estimar los valores en forma sucesiva, usando la fórmula (II.4), y repitiendo este proceso hasta que los valores sucesivos para una misma incógnita no difieran más de un valor dado, dependiendo de la exactitud que se desee lograr. Los valores de las incógnitas en este método iterativo convergen a los valores verdaderos y puede obtenerse mayor exactitud en las estimaciones aumentando convenientemente el número de iteraciones.

En el caso que falte más de un cruzamiento con un padre común la estimación de los valores faltantes será menos precisa.

EJEMPLO

Para una justificación del presente trabajo se calcularán estimaciones para todos los cruzamientos de un dialelo completo en maíz, para ser comparados con los valores observados.

Los datos provienen de un ensayo de cruzamientos dialélicos en maíz proporcionado por el Proyecto Maíz del Instituto de Investigaciones Agropecuarias.

El ensayo usado consistió de 28 híbridos simples, $p = 8$, más dos testigos, efectuado en Chillán, temporada 1965-66, diseñado como lattice triple rectangular.

Usando los promedios ajustados de cada cruzamiento en este ensayo, se calcularon estimaciones para los cruzamientos, suponiendo que no se conocía su valor, pronosticando todos los valores sucesivamente en función de los demás. Por este procedimiento se calcularon 28 valores, Cuadro 1, usando la fórmula (II.4).

Cuadro 1 — Valores calculados y observados para 28 cruzamientos dialélicos de 8 líneas puras de maíz, promedios expresados en Kg.

CRUZAMIENTOS		VALORES		DESVIACIONES ABSOLUTAS
i	j	OBSERVADOS	CALCULADOS	
1	2	6,579	7,264	0,685
1	3	7,593	8,260	0,667
1	4	8,365	8,175	0,190
1	5	7,153	7,769	0,616
1	6	9,159	8,454	0,705
1	7	8,223	7,698	0,525
1	8	7,682	7,110	0,572
2	3	7,204	7,700	0,496
2	4	7,285	7,914	0,629
2	5	7,798	6,795	1,003
2	6	8,231	8,109	0,122
2	7	7,018	7,465	0,447
2	8	7,571	6,440	1,131
3	4	8,567	8,803	0,236
3	5	8,829	7,784	1,045
3	6	8,778	9,292	0,514
3	7	8,780	8,161	0,619
3	8	7,942	7,693	0,249
4	5	8,619	8,115	0,504
4	6	9,841	9,114	0,727
4	7	8,516	8,514	0,002
4	8	7,559	8,092	0,533
5	6	8,585	8,703	0,118
5	7	7,401	8,046	0,645
5	8	6,450	7,622	1,172
6	7	8,665	9,028	0,363
6	8	7,951	8,509	0,558
7	8	7,764	7,454	0,310

$$\mu_{ij} \neq \mu_{i'j'}, \text{ si } | \hat{y}_{i'j'} - y_{ij} | > 1{,}2146, \text{ para } \alpha = 0{,}01$$

En el cuadro anterior, se indican los cruzamientos de las siguientes líneas: (1) Ch 44-713, (2) W 37 a, (3) A 295, (4) A 223, (5) NY 3, (6) C 11, (7) A 203, (8) A 340.

Para probar los valores estimados se usó intervalo de confianza para el valor observado, con un coeficiente de confianza de 99%. La decisión sobre el valor calculado se hizo en base a que éste quedara incluido en el intervalo de confianza. Para calcular el intervalo de confianza se usó el estimador de la varianza del ensayo para un promedio cualquiera,

$$s^2_{\bar{x}} = 0{,}2023788$$

$$P \{ \bar{y}_{ij} - t_{\frac{\alpha}{2}} s_{\bar{x}} < \mu_{ij} < \bar{y}_{ij} + t_{\frac{\alpha}{2}} s_{\bar{x}} \} = 0{,}99 \qquad \text{(III. 1)}$$

donde,

$$t_{0,01}\, s_{\bar{x}} = 1{,}2146$$

Los valores calculados no fueron significativamente diferentes de los valores observados.

RESUMEN

En este artículo se propone un método para estimar el valor de cruzamientos faltantes en el caso de un análisis de cruzamientos dialélicos del tipo p (p-1) /2. El método de estimación está basado en la minimización de la suma de cuadrados para capacidad combinatoria específica. Se ha dado la derivación de la fórmula de estimación para el caso de un cruzamiento faltante, pero se sugiere también una extensión para el caso en que haya más de un cruzamiento faltante.

Los valores estimados pueden ser usados para predecir el comportamiento de las cruzas dobles, en un programa de mejoramiento en maíz.

SUMMARY

On this article a method is proposed for the estimation of the values of missing crosses in the case of a diallel analysis of the type p (p-1) /2. The method of estimation is based on the minimization of the sum of squares of the specific combining ability, the derivation of the formula of estimation has been done for the case of one missing cross, but its extension for the case of more than one missing cross is also suggested. Estimated values can be used to predict the double cross perfomance on a corn breeding program.

LITERATURA CITADA

1. ALLARD, R. W. Principles of plant breeding. New York. John Wiley and Sons. 1960. 485 p.
2. CURNOW, R. N. Sampling the dialell cross. Biometrics. 19: 287-306. 1963.
3. FYFE, J. L. y GILBERT, N. E. G. Partial dialell crosses. Biometrics. 19: 278-286. 1963.
4. GRIFFING, B. Concept of general and specific combining ability in relation to dialell crossing systems. Australian J. Biol. Sci. 9: 463-493. 1956.
5. KEMPTHORNE, O. Desing and analysis of experiments. New York. John Wiley and Sons. 1952. 631 p.
6. ————. An Introduction to genetic statistics. New York. John Wiley and Sons 1957. 545 p.
7. ———— y CURNOW, R. N. The partial dialell cross. Biometrics. 17: 229-250. 1961.