

APLICACION DE UN MODELO MULTIPLICATIVO A RELACIONES GENOTIPO—MEDIO AMBIENTE¹

A multiplicative model applied to genotype—environmental relations

Cristian Hewstone M.²

SUMMARY

Wheat yield trials of the Carrillanca Experiment Station and international yield trials, sown in different dates and locations, are analyzed by means of additive, linear and multiplicative models, with indication of the conditions that allows to pass from one to another. The multiplicative model implies the concept of family of curves, and permits to replace the slopes of the regression lines of varieties on the mean yield of locations, by a value α , common to all these lines.

ANTECEDENTES

La descripción de la variación genotípica requiere de tres componentes: genético, ambiental y la interacción genético—ambiental (Bucio, 1966).

En términos de un modelo matemático, el rendimiento Y_{ij} de la variedad i en el ambiente j estaría conformado por una media general μ , un efecto genotípico G_i , un efecto ambiental A_j , una interacción I_{ij} y un error e_{ij} , siendo estos efectos aditivos:

$$Y_{ij} = \mu + G_i + A_j + I_{ij} + e_{ij}$$

donde $\sum_i G_i = \sum_j A_j = \sum_{ij} I_{ij} = 0$; y

$e_{ij} \sim \text{NID}(0, \sigma^2)$

En un experimento repetido en varias localidades o ambientes, la medida del ambiente más adecuada para una localidad parece ser el promedio de las variedades o tratamientos que constituyen el experimento. Esta medida usada por Yates y Cochran (1938), ha sido la más aceptada en general, aunque se han propuesto otras, como la separación de las repeticiones en dos grupos, de manera que uno mida la interacción y el otro el ambiente (Freeman y Perkins, 1971); o como el uso del rendimiento máximo del ensayo, que está

muy correlacionado con el rendimiento medio (Bogy, Russell y Konzak, 1973); o porcentajes sobre el rendimiento de variedades locales y el uso de variables externas para determinar el ambiente (Feeman, 1973).

Fisher y Mackenzie (1923), analizando un ensayo de fertilización en papas, concluyen que los rendimientos de diferentes variedades se ajustan mejor a un modelo lineal que a uno aditivo y utilizan, en su análisis, la regresión de variedades sobre los promedios de tratamientos, para calcular los promedios de variedades y la regresión de tratamientos sobre promedios de variedades, para calcular los coeficientes de regresión para tratamientos, ambas regresiones sin intercepto. Yates y Cochran (1938) utilizan la regresión de los rendimientos de las variedades sobre la media de todas ellas, método utilizado posteriormente por Finlay y Wilkinson (1963), cuyo estudio renovó el interés en las relaciones genotipo—medio ambiente.

El uso de la regresión implica reconocer, en la interacción genético ambiental I_{ij} , un componente sistemático $\beta_i A_j$ no aditivo y una desviación o error, estableciéndose de este modo el modelo lineal:

$$Y_{ij} = \mu + G_i + (1 + \beta_i) A_j + D_{ij} + e_{ij}$$

El modelo lineal incluye como caso particular el aditivo, cuando los valores β_i son iguales a 1. La ventaja de la aplicación de uno u otro, se puede definir mediante un análisis de variancia (Mandel, 1964).

¹ Recepción de originales: 16 de julio de 1985.

² Estación Experimental Carrillanca (INIA), Casilla 58—D, Temuco, Chile.

Cuando las rectas de regresión pasan por el origen, el modelo lineal puede transformarse en uno multiplicativo, en que el rendimiento corresponda al producto de dos factores, uno dependiente de la variedad y el otro del ambiente (Fisher y Mackenzie, 1923). Al analizar grupos de ensayos (Hewstone, 1979), se ha encontrado que el paso de las rectas de regresión por el origen es una situación común y que corresponde a una explicación biológica más adecuada.

El presente estudio analiza las alternativas anteriores, determina sus relaciones y llega hasta la aplicación del concepto de familia de curvas (Mandel, 1964), en base al análisis de grupos de ensayos.

MATERIALES Y METODOS

Se utilizan como base para el análisis de los diferentes modelos, los resultados del Experimento x-101, 1983, formado por variedades y líneas avanzadas de trigo de hábito alternativo, que fuera sembrado en las localidades y épocas de siembra y con los resultados que se indican en el Cuadro 1. Se aplicó el test de Bartlett para determinar homogeneidad de variancias, obteniéndose un valor de χ^2 con probabilidad $P > 0,995$.

El análisis se extiende a los grupos de ensayos de los experimentos x-101, 1982; x-101, 1981 y x-101, 1980, conformados por trigos alternativos destacados en los respectivos años, algunos de los cuales son comunes a dos o más años. Se utilizan, además, los resultados del grupo de ensayos del Experimento x-3, 1984, formado por variedades y líneas de primavera.

Una ampliación del análisis se realiza utilizando los resultados del 14th ISWYN (CIMMYT, 1977/78), para el grupo de ensayos de la Región VII, norte de México y sur de Estados Unidos, con las localidades de Guanajuato, Monterrey, Navidad, Sonora, Arizona y California. Se utilizan, además, los resultados del 12th IWWPN (Kuhr y otros, 1980) en las localidades de Madrid, Zaragoza, Erzurum, Davis y Fort Collins.

Todos los análisis se efectuaron tomando en consideración los promedios de los ensayos y no las observaciones basadas en unidades experimentales. Los modelos de regresión, las fórmulas y los parámetros determinados, se exponen en el Cuadro 2. Los cálculos pertinentes al estudio, para los diferentes modelos de regresión empleados en el grupo de ensayos del Experimento x-101, 1983, se exponen en el Cuadro 3.

CUADRO 1. Rendimientos (qq/ha) del Experimento x-101, 1983, sembrado en diferentes localidades y épocas de siembra

TABLE 1. Yield results (quintals/ha) of Experiment x-101, 1983, sown in different places and dates

N° variedad	CARILLANCA		TRAIGUEN	LA PAMPA		QUILAMAPU		$\sum y_{ij}$	\bar{y}_i
	24 MAYO	17 AGOSTO	2 JUNIO	30 JUNIO	7 SEPTIEMBRE	23 MAYO	29 AGOSTO		
1 TEMU 42-81	27,19	33,02	53,61	86,98	69,27	88,12	65,83	424,02	60,57
2 TEMU 47-81	37,50	37,60	49,44	97,92	73,75	84,90	60,73	441,84	63,12
3 TEMU 48-81	35,52	33,12	31,53	77,08	55,62	66,67	44,58	344,12	49,16
4 TEMU 31-82	22,08	29,79	51,53	71,35	58,12	73,02	45,31	351,20	50,17
5 RANCOFEN	31,04	36,15	43,06	75,83	64,27	81,56	60,10	392,01	56,00
6 TEMU 33-82	31,67	38,54	46,67	90,73	57,40	80,21	54,48	399,70	57,10
7 TEMU 37-82	24,37	32,19	47,36	73,44	53,75	78,65	50,83	360,59	51,51
8 TEMU 44-82	25,94	34,27	47,64	78,33	58,75	73,12	57,19	375,24	53,61
9 TEMU 49-82	15,00	25,42	43,19	69,58	49,48	68,65	50,52	321,84	45,98
10 TEMU 58-82	32,81	33,44	44,17	69,69	69,37	78,23	60,63	388,34	55,48
11 TEMU 56-82	29,79	35,00	42,92	79,06	64,69	72,81	58,44	382,71	54,67
12 TEMU 59-82	29,06	35,10	45,56	63,23	52,40	74,69	60,00	360,04	51,43
13 TEMU 64-82	21,87	33,65	44,72	80,21	61,87	75,62	60,52	378,46	54,07
14 TEMU 68-82	26,87	29,69	39,44	79,58	45,73	68,44	41,25	331,00	47,29
15 TEMU 88-82	41,25	39,90	55,28	80,42	75,00	80,73	54,17	426,75	60,96
16 TEMU 69-82	33,65	32,19	48,61	78,23	57,19	75,73	51,67	377,27	53,90
17 TEMU 71-82	27,29	29,06	43,75	71,87	63,23	65,83	47,50	348,53	49,79
18 TEMU 72-82	27,92	28,33	38,75	79,37	57,81	71,25	48,33	351,76	50,25
19 TEMU 77-82	30,00	37,40	40,69	83,33	60,52	84,27	55,94	392,15	56,02
20 VILMORIN	37,29	39,58	46,81	60,83	50,52	73,54	54,17	362,74	51,82
21 TEMU 84-82	40,10	30,10	44,44	85,94	63,54	81,25	48,33	393,70	56,24
22 TEMU 89-82	40,52	35,73	44,31	80,10	64,69	81,04	46,46	392,85	56,12
23 TEMU 93-82	32,92	40,83	49,58	75,62	61,77	73,33	52,40	386,45	55,21
24 TEMU 94-82	34,17	33,75	38,89	83,96	55,62	86,25	46,46	379,10	54,16
25 TEMU 99-82	36,35	38,02	51,81	77,92	57,40	81,98	66,67	410,15	58,59
$\sum y_{.j}$	772,17	851,87	1.133,76	1.950,6	1.501,76	1.919,89	1.342,51	9.472,56	
	30,89	34,07	45,35	78,02	60,07	76,80	53,70		$\bar{y}_{..} = 54,13$

CUADRO 2. Diferentes modelos de regresión empleados, fórmulas utilizadas y número de parámetros determinados
TABLE 2. Different regression models, formulas utilized and number of parameters determined

TIPO DE MODELO	LINEAL		MULTIPLICATIVO	
	(1) CON INTERCEPTO CUALQUIERA	(2) CON INTERCEPTO EN EL ORIGEN	(3) CON PUNTO DE CONCURRENCIA CUALQUIERA $y_0 = \bar{y}_{..} - \frac{1}{\alpha}$	(4) CON PUNTO DE CONCURRENCIA EN EL ORIGEN
Fórmula del modelo	$y_{ij} = \alpha + \beta_i(\mu_j - \mu_{..}) + \epsilon_{ij}$	$y_{ij} = \beta_i \mu_j + \epsilon_{ij}$	$y_{ij} = y_0 + \alpha(\mu_j - y_0) + \epsilon_{ij}$	$y_{ij} = \alpha \mu_j + \epsilon_{ij}$
Fórmula de trabajo	$\hat{y}_{ij} = \bar{y}_{i.} + b_i(\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})$	$\hat{y}_{ij} = b_i \bar{y}_{.j}$	$\hat{y}_{ij} = \alpha \bar{y}_{i.} \bar{y}_{.j}$	$\hat{y}_{ij} = \alpha \bar{y}_{i.} \bar{y}_{.j}$
Cálculo de la pendiente	$b_i = \frac{\sum (\bar{y}_{.j} \bar{y}_{..}) (y_{ij} - \bar{y}_{i.}) / \sum (\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..})^2}$	$b_i = \frac{\sum \bar{y}_{.j} y_{ij} / \sum \bar{y}_{.j}^2}$	$\alpha = \frac{\sum (b_i - 1) (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}) / \sum (\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2}$	$\alpha = \frac{1}{\bar{y}_{..}}$
SC Regresión	$\sum \left[\frac{((\sum \bar{y}_{.j} y_{ij} - (\sum \bar{y}_{.j} \sum y_{ij})^2 / n))^2}{\sum \bar{y}_{.j}^2 - (\sum \bar{y}_{.j})^2 / n} \right]$	$\sum \left[\frac{(\sum \bar{y}_{.j} y_{ij})^2}{\sum \bar{y}_{.j}^2} \right]$	$\sum \left[\sum \alpha \bar{y}_{i.} \bar{y}_{.j} \right]^2$	$\sum \left[\sum \alpha \bar{y}_{i.} \bar{y}_{.j} \right]^2$
SC Desviaciones	$\sum \left[\sum y_{ij}^2 - (\sum y_{ij})^2 / n \right] - SC \text{ regresión}$	$\sum y_{ij}^2 - SC \text{ regresión}$	$\sum y_{ij}^2 - SC \text{ regresión}$	$\sum y_{ij}^2 - SC \text{ regresión}$
SC Pendientes	$\left[\frac{\sum b_i^2 - (\sum b_i)^2 / n}{n} \right] \cdot [SC \text{ localidades}]$			
Parámetros estimados para las 175 observaciones	$\mu_{..}$ 1 μ_j 24 μ_i 6 β_i 24 α 0	1 0 6 24 0	1 24 6 0 1	1 24 6 0 1
GL residuales para desviaciones	120 (V-1)(L-2)	144 (V-1)(L-1)	143 (VL-V-L)	143 (VL-V-L)

CUADRO 3. Datos de análisis de regresión para los resultados del Cuadro 1, de acuerdo a los diferentes modelos empleados

TABLE 3. Analysis of regression data, for the results of table 1, for the different models used

Nº VARIEDAD	$\sum y_{ij}^2$	$\sum y_{ij}^2 - (\sum y_{ij})^2 / n$	LINEAL CON INTERCEPTO CUALQUIERA		LINEAL CON INTERCEPTO EN EL ORIGEN		MULTIPLICATIVO A	MULTIPLICATIVO B
			b_i	SC REGRESION	b_i	SC REGRESION	SC REGRESION	SC REGRESION
1	29166,225	3481,517	1,2593	3392,919	1,1323	29039,554	28352,403	28361,909
2	31187,855	3298,915	1,2230	3200,202	1,1715	31082,877	30785,805	30797,038
3	18819,922	1902,983	0,8870	1683,355	0,9062	18599,422	18675,114	18682,830
4	19883,985	2263,779	0,9922	2106,434	0,9331	19718,374	19450,587	19457,584
5	24269,333	2316,213	1,0246	2246,375	1,0337	24199,303	24235,913	24243,048
6	25594,817	2771,947	1,1147	2658,768	1,0605	25474,701	25193,185	25205,060
7	20925,070	2350,050	1,0317	2277,405	0,9592	20840,021	20505,007	20512,653
8	22321,268	2206,260	1,0026	2150,915	0,9915	22265,631	22204,097	22213,147
9	17291,292	2494,009	1,0532	2373,335	0,8687	17090,153	16333,973	16339,830
10	23610,541	2066,548	0,9365	1876,400	1,0166	23405,237	23781,412	23792,884
11	23106,380	2182,531	0,9944	2115,939	1,0086	23039,316	23096,899	23107,680
12	20074,596	1556,196	0,7993	1366,967	0,9360	19841,234	20441,500	20450,183
13	23253,094	2791,383	1,1201	2684,489	1,0103	23117,705	22588,190	22596,612
14	17968,812	2317,241	1,0005	2141,856	0,8856	17762,209	17278,048	17285,470
15	27893,549	1877,040	0,9019	1740,431	1,1051	27659,387	28720,011	28731,655
16	22326,902	1993,665	0,9577	1962,465	0,9921	22292,904	22445,894	22453,475
17	19256,459	1903,150	0,9178	1802,213	0,9196	19155,514	19157,972	19164,852
18	20137,622	2461,180	1,0642	2423,366	0,9412	20064,042	19512,692	19518,520
19	24791,712	2822,909	1,1368	2765,235	1,0446	24713,935	24251,864	24261,296
20	19743,376	946,190	0,6197	821,796	0,9255	19398,150	20750,666	20759,414
21	24849,300	2706,487	1,0872	2529,148	1,0436	24667,467	24442,515	24452,616
22	24208,699	2161,396	0,9665	1998,872	1,0302	24036,608	24338,751	24347,585
23	22865,958	1531,158	0,8387	1504,962	1,0028	22776,110	23550,420	23561,206
24	23559,544	3028,571	1,1494	2826,878	1,0146	23314,891	22664,229	22672,047
25	25983,015	1951,154	0,9209	1814,653	1,0672	25795,951	26528,166	26538,313
\sum	573.089,326	57.382,468	24,9999	54.465,378	25,0003	569.350,696	569.285,313	569.506,910

ANALISIS Y DISCUSION

I. Desde modelo aditivo a modelo lineal:

Es posible determinar la mayor eficiencia del modelo lineal en relación al aditivo, mediante un análisis de variancia, en que la suma de cuadrados (SC) de interacción del modelo aditivo se descomponga en suma de cuadrados de pendientes y desviaciones, correspondientes al modelo lineal (Mandel, 1964). Los resultados, para los datos del Experimento x-101, 1983, se exponen en el Cuadro 4.

El modelo aditivo permite probar la significación de los efectos de variedades y localidades:

$$\text{Var. } H_0 = \mu_j - \mu_{..} = 0; F = 123,645/27,02 = 4,576$$

$$\text{Loc. } H_0 = \mu_j - \mu_{..} = 0; F = 8915,268/27,02 = 329,951$$

Ambos efectos son altamente significativos; además, el alto valor de F para localidades, indica la necesidad de probar el ajuste del modelo lineal. La SC Pendientes, que es la diferencia introducida por los valores β_j al modelo aditivo, permite probar la posible significación del mejoramiento del ajuste del modelo lineal sobre el aditivo (Mandel, 1964).

$$F = 40,566/24,309 = 1,699, \text{ significativo a una } P \geq 0,05 \text{ con lo cual se comprueba esta ventaja.}$$

II. Desde modelo lineal a modelo multiplicativo:

La posibilidad de pasar de un modelo lineal con un intercepto cualquiera, aceptado en el punto anterior, a un modelo lineal con intercepto en el origen, debe ser estudiada, ya que este último contempla un punto de concurrencia, donde se unen las rectas de regresión de todas las variedades, requisito para considerarlas como una familia de curvas y, por lo tanto, para la utilización de un modelo multiplicativo.

Al estudiar las rectas de regresión del modelo con un intercepto cualquiera, las correspondientes a las variedades número 20 y 23 presentan significación ($P \geq$

0,05) ante la prueba de t para determinar si las rectas pasan por el origen, lo que implica un 80% de las observaciones. Es necesario, por lo tanto, determinar si para el conjunto de rectas, se puede aceptar la hipótesis de paso por el origen. Ello implica probar la $H_0: \beta_0 = 0$, que convierte al modelo con intercepto en el origen, $Y_{ij} = \beta_j \mu_j + \epsilon_{ij}$, en un caso particular del modelo con un intercepto cualquiera, lo que se logra comparando las desviaciones producidas por ambos métodos de ajuste (Mandel, 1984). La hipótesis de que el ajuste logrado con el modelo con intercepto en el origen no es diferente al logrado con el modelo con un intercepto cualquiera, se comprueba comparando el cuadrado medio de la diferencia de las desviaciones logradas con ambos modelos, con el cuadrado medio de las desviaciones del modelo con intercepto cualquiera, mediante una prueba de F (Mandel, 1964), cuyo resultado se expone en el Cuadro 5 y que no es significativo, por lo cual se acepta esta hipótesis.

La aparente correlación existente entre los valores β_j del modelo con intercepto en el origen y los promedios de rendimiento de las respectivas variedades, $\bar{y}_{j.}$, se puede apreciar en la Figura 1. Si se determina la regresión de los valores β_j sobre $\bar{y}_{j.}$, se obtiene el valor de la pendiente α , que relaciona a todas las rectas de regresión en una sola familia de curvas (Mandel, 1964). Con el valor calculado, $\alpha = 0,0184707$, se pueden reemplazar los valores β_j de las variedades, pudiéndose estimar todos los valores y_{ij} , mediante la fórmula $\hat{y}_{ij} = \alpha \bar{y}_{j.} \cdot \bar{y}_{.j}$. Esta fórmula corresponde a la de un modelo concurrente en que, por estar el punto de concurrencia en el origen, $y_0 = 0$, representa un modelo multiplicativo. (Mandel, 1964). La hipótesis de que el ajuste logrado por este modelo no es diferente al logrado con el modelo con intercepto cualquiera, se comprueba también con una prueba de ambos modelos (Cuadro 5) y cuyo resultado no es significativo, por lo cual se acepta esta hipótesis.

Sin embargo y, posiblemente, como consecuencia del efecto de aquellas variedades cuyas rectas de regresión con intercepto diferente al origen dieron significación

CUADRO 4. Análisis de variancia para los datos del Experimento x-101, 1983, expuesto en el Cuadro 1

TABLE 4. Variance analysis of Table 1 data

FV	GL	SC	CM	
Total	174	(VL-1)	60.349,937	
Variedades	24	(V-1)	2.967,470] Modelo Aditivo
Localidades	6	(L-1)	53.491,607	
Interacción	144	(V-1) (L-1)	3.890,861	
Pendientes	24	(V-1)	973,593] Modelo Lineal
Desviaciones	120	(V-1) (L-2)	2.917,090	

CUADRO 5. Resultados del análisis de regresión con diferentes modelos para el grupo de ensayos del Experimento x-101, 1983, y comparación de las diferencias de desviaciones con modelo lineal con intercepto

TABLE 5. Results of regression analysis with different models for the group of trials of Experiment x-101, 1983, and comparison of the deviation differences with the linear model with intercept

Fuente de Variación	GL	SC	CM	Diferencia de Desviación con Modelo I	GL de la Diferencia	CM de la Diferencia	F
Lineal con Intercepto Cualquiera							
Total		57.382,468					
Regresión	24	54.465,378					
Desviaciones	120	2.917,090	24,309				
Lineal con Intercepto en el Origen							
Total		573.089,326					
Regresión	24	569.350,696					
Desviaciones	144	3.738,633	25,963	821,543	24	34,231	$\frac{34,231}{24,309} = 1,408$ NS
Multiplicativo A con punto de Concurrencia $y_0 = \bar{y}_{..} - \frac{1}{\alpha}$							
Total		573.089,326					
Regresión	1	569.285,313					
Desviaciones	143	3.804,013	26,601	886,923	23	38,562	$\frac{38,562}{24,309} = 1,586$ NS
Multiplicativo B							
Total		573.089,326					
Regresión	1	569.506,910					
Desviaciones	143	3.582,416	25,052	665,326	23	28,927	$\frac{28,927}{24,309} = 1,190$ NS

para la prueba de t para probar la hipótesis de su paso por el mismo, la pendiente calculada produce un ligero intercepto. Como la fórmula general para el punto de concurrencia es, según Mandel (1964), $y_0 = \bar{y}_{..} - 1/\alpha$, cuando este punto está en el origen $\alpha = 1/\bar{y}_{..}$, lo que para el grupo de ensayos del Experimento x-101,

1983, da un valor $\alpha = 0,0184744$, muy similar al anterior, pero simple de calcular y con el punto de concurrencia directamente en el origen. Al calcular los valores \hat{y}_{ij} , mediante $\alpha \bar{y}_{.j}$, se logra una disminución de la SC de desviaciones, en relación al modelo anterior, y un valor inferior de F, tampoco significativo, para su comparación con el modelo con intercepto (Cuadro 5).

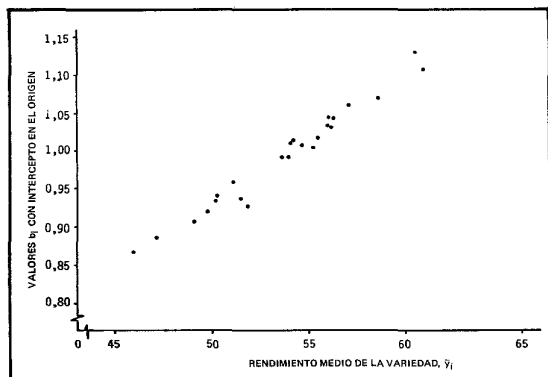


FIGURA 1. Valores b_i del modelo lineal con intercepto en el origen y rendimientos medios para las variedades del Experimento x-101, 1983.

FIGURE 1. b_i values of the linear model without intercept and mean yields of the varieties, in Experiment x-101, 1983.

En el Cuadro 6 se exponen los residuales entre los valores \hat{y}_{ij} calculados con el punto de concurrencia en el origen, $\alpha = 1/\bar{y}_{..}$, y los valores reales. Se puede apreciar la bondad del ajuste en todo el conjunto de datos, sin sesgos definidos.

El análisis anterior presenta una particularidad, en relación a los grados de libertad. En efecto, cuando la interacción del modelo aditivo se divide entre SC Pendiente y SC Desviaciones, como en el Cuadro 4, la suma de los grados de libertad de ambas equivale a los de interacción; pero, cuando se efectúa el análisis de los datos para el modelo de regresión con intercepto cualquiera (Cuadro 5), la SC para Regresión, 54465,378, corresponde a las SC de Localidades más Pendientes (Cuadro 4) y sólo presenta 24 grados de libertad, discordancia que ha sido comentada por Freeman (1973)

CUADRO 6. Experimento x-101, 1983: Rendimiento observado-Rendimiento calculado por $1/\bar{y}.. \bar{y}_i. \bar{y}_j$

TABLE 6. Experiment x-101, 1983: Yield observed-Yield calculated for $1/\bar{y}.. \bar{y}_i. \bar{y}_j$

Número Variedad	Carillanca mayo	Carillanca agosto	Traiguén	La Pampa junio	La Pampa septiembre	Quilamapu mayo	Quilamapu agosto
1	- 7,37	- 5,11	2,86	- 0,33	2,05	- 2,18	5,74
2	1,48	- 2,13	- 3,44	6,94	3,70	- 4,65	- 1,89
3	7,47	2,17	- 9,66	6,22	1,06	- 3,08	- 4,19
4	- 6,55	- 1,79	- 9,50	- 0,97	2,44	1,84	- 4,46
5	- 0,92	0,90	- 3,86	- 4,89	2,12	2,11	4,54
6	- 0,91	2,59	- 1,17	8,42	- 5,97	- 0,80	- 2,17
7	- 5,02	- 0,24	4,20	- 0,81	- 3,42	5,57	- 0,28
8	- 4,65	0,52	2,73	1,06	- 0,74	- 2,93	4,01
9	- 11,24	- 3,52	4,67	3,31	- 1,54	3,42	4,91
10	1,15	- 1,48	- 2,31	- 10,28	7,80	- 0,48	5,59
11	- 1,41	0,58	- 2,89	0,25	4,02	- 4,76	4,20
12	- 0,29	2,72	2,47	- 10,91	- 4,68	1,72	8,97
13	- 8,98	- 0,38	- 0,58	2,28	1,87	- 1,09	6,88
14	- 0,11	- 0,08	- 0,18	11,42	- 6,75	1,35	- 5,66
15	6,46	1,52	4,20	- 7,46	7,34	- 5,76	- 6,31
16	2,90	- 1,74	3,46	0,54	- 2,62	- 0,73	- 1,80
17	- 1,12	- 2,28	2,03	0,10	7,97	- 4,81	- 1,90
18	- 0,75	- 3,30	- 3,35	6,94	2,04	- 0,04	- 1,52
19	- 1,97	2,13	- 6,25	2,58	- 1,65	4,79	0,36
20	7,72	6,96	3,39	- 13,87	- 6,99	0,02	2,76
21	8,01	- 5,31	- 2,68	4,87	1,12	1,46	- 7,47
22	8,50	0,40	- 2,71	- 0,80	2,41	1,42	- 9,22
23	1,42	6,08	3,33	- 3,96	0,50	- 5,00	- 2,37
24	3,27	- 0,34	- 6,48	5,90	- 4,48	9,41	- 7,27
25	2,92	1,14	2,72	- 6,54	- 7,62	- 1,15	8,54

y que justifica la descripción de los parámetros para los diferentes modelos del Cuadro 2, con el objeto de definir los grados de libertad residuales para desviaciones.

Al igual que para el modelo de regresión con intercepto cualquiera, las rectas de regresión de ambos modelos multiplicativos tienen la particularidad de pasar por el punto $\bar{y}_j.$. La pequeña diferencia del punto de concurrencia del modelo A, en relación al origen, se manifiesta también en una pequeña diferencia de los valores $\bar{y}_j.$ y $\bar{y}..$, en relación a los valores reales, situación que no se produce en el modelo multiplicativo B.

Desde el punto de vista estadístico, sería interesante profundizar en relación a las implicancias del uso de los modelos multiplicativos y sus posibles influencias sobre los supuestos de normalidad de distribución de los errores y aditividad de variancias del modelo aditivo.

III. El análisis de otros grupos de ensayos:

Al extender el análisis a otros grupos de ensayos de diferentes experimentos de la Estación Experimental Carillanca (Cuadro 7), se aprecia que las SC de desvia-

ciones para el modelo multiplicativo A, puede ser inferiores o superiores a las del modelo B y que, incluso en el Experimento x-101, 1981, el valor de F para este último modelo llega a ser significativo, ocurriendo lo inverso en el x-101, 1980, lo que justifica el análisis con ambos modelos, a pesar de la mayor simplicidad del modelo B.

Estos experimentos se organizan en base a líneas y variedades del mismo hábito de desarrollo, generadas por métodos comunes de selección en las generaciones segregantes y con similares resistencias a enfermedades. Cuando estos experimentos son sembrados en diferentes localidades y épocas de siembra dentro de localidades, su análisis conjunto como grupo se facilita, ya que la reacción es semejante dentro de variedades y entre ambientes, por lo cual la unión de varios experimentos no se traduce en una marcada alteración de las desviaciones, ni del coeficiente de regresión de las variedades que los integran. De esta manera, aunque los rendimientos medios de los ensayos que se agrupan sean diferentes, el coeficiente de regresión de una variedad es relativamente constante y las desviaciones con respecto a la regresión se mantienen, e incluso disminuyen, constituyendo así el grupo de experimentos un isoambiente (Hewstone, 1979).

CUADRO 7. Resultados de análisis a diferentes grupos de experimentos de acuerdo a los modelos que se indican
TABLE 7. Analysis results of different groups of experiments for the models indicated

Antecedentes y análisis	G R U P O S D E E N S A Y O S						
	X-101, 1983	X-101, 1982	X-101, 1981	X-101, 1980	X-3, 1984	14 th ISWYN	12 th IWWPN
Nº variedades	25	25	25	25	25	48	30
Nº Localidades o ambientes	7	9	9	7	5	6	5
Promedio general \bar{y} .	54,13 qq/ha	51,15 qq/ha	43,39 qq/ha	25,49 qq/ha	61,23 qq/ha	51,58 qq/ha	36,3 qq/ha
MODELO ADITIVO							
SC Interacción	3.890,861	8.522,929	10.755,039	2.899,838	4.729,375	12.539,175	3.327,826
GL	144	192	192	144	96	235	116
MODELO LINEAL							
SC Pendientes	973,593	2.297,139	3.081,723	714,283	1.799,404	4.099,192	1.143,374
GL	24	24	24	24	24	47	29
SC Desviaciones	2.917,090	6.225,930	7.853,285	2.185,520	2.930,050	8.439,983	2.183,170
GL	120	168	168	120	72	188	87
F = $\frac{CM \text{ Pendientes}}{CM \text{ Desviaciones}}$	1,669*	2,253**	2,747**	1,634*	1,842*	1,943**	1,572
REGRESIONES							
1) LINEAL CON INTERCEPTO CUALQUIERA							
SC Regresión 1	54.465,378	72.971,407	46.047,324	44.701,27	44.560,67	103.099,80	35.785,00
GL	24	24	24	24	24	47	29
SC Desviaciones 1	2.917,090	6.225,930	7.853,285	2.185,520	2.930,050	8.439,983	2.183,170
GL	120	168	168	120	72	188	87
Nº vars con t significativo*	2	0	1	2	1	1	1
2) LINEAL CON INTERCEPTO EN EL ORIGEN							
SC Regresión 2	569.350,696	674.503,243	477.642,880	158.867,60	517.287,50	876.963,90	238.876,40
GL	24	24	24	24	24	47	29
SC Desviaciones 2	3.738,633	6.989,349	8.804,991	2.718,40	3.678,40	10.288,70	2.692,40
GL	144	192	192	144	96	235	116
F = $\frac{CM (SC \text{ Desv.2} - SC \text{ Desv.1})}{CM \text{ Desviaciones 1}}$	1,408	0,858	0,848	1,219	0,766	0,876	0,700
3) MULTIPLICATIVO A							
SC Regresión 3	0,0184707	0,0195476	0,0230712	0,039186	0,0163395	0,0193952	0,0275172
GL	569.285,313	674.412,847	477.532,480	158.662,31	517.221,33	876.702,48	238.723,41
SC Desviaciones 3	3.804,013	7.079,745	8.915,48	2.923,69	3.744,573	10.550,12	2.845,39
GL	143	191	191	143	71	234	115
F = $\frac{CM (SC \text{ Desv.3} - SC \text{ Desv.1})}{CM \text{ Desviaciones 1}}$	1,586	1,002	0,988	1,762*	0,870	1,022	0,942
4) MULTIPLICATIVO B							
SC Regresión 4	0,0184744	0,0195504	0,0230494	0,0392333	0,0163308	0,019387	0,0275482
GL	569.506,910	674.604,470	476.622,080	159.044,75	516.672,29	876.004,69	239.350,71
SC Desviaciones 4	3.582,416	6.888,122	9.825,88	2.541,25	4.293,614	11.247,907	2.308,09
GL	143	191	191	143	71	234	115
F = $\frac{CM (SC \text{ Desv.4} - SC \text{ Desv.1})}{CM \text{ Desviaciones 1}}$	1,190	0,778	1,835**	0,849	1,457	1,360	0,178

* Para hipótesis que recta pasa por el origen

* P > 0,05

** P > 0,01

Una situación similar se produce con los resultados de la 14th ISWYN, en el grupo de ensayos considerado (Cuadro 7). Sin embargo, en la 12th IWWPN intervienen materiales de diferente origen, con resistencias distintas a enfermedades, e incluso hábitos de desarrollo desde primaverales a invernales. En consecuencia, el problema es determinar cuales localidades corresponden a isoambientes, para este conjunto relativamente heterogéneo de variedades. Un intento para 5 localidades se expone en el Cuadro 7, el que, no alcanzando significación para el efecto de Pendientes, presenta la particularidad que sus valores de F, para comparación de los diferentes modelos de regresión, son muy bajos, especialmente en el modelo multiplicativo B, cuya SC de desviaciones se acerca a la del

modelo lineal con intercepto cualquiera. Este análisis llama la atención, por lo tanto, sobre algunos aspectos a considerar en la formación de grupos de ensayos, estudiando no sólo las particularidades de las localidades, sino también las de las variedades que conforman el experimento.

CONCLUSIONES

En un experimento de variedades de trigo sembrado en diferentes épocas y localidades, se puede aplicar un modelo lineal, descomponiendo la SC de interacción del modelo aditivo, en SC de pendientes y de desviaciones.

Las rectas de regresión del rendimiento de las variedades sobre los rendimientos medios de las localidades del modelo lineal con intercepto cualquiera, pueden pasar o no por el origen, pudiéndose probar si el conjunto de ellas se ajusta a un modelo lineal con intercepto en el origen. Si éste es el caso, el conjunto de rectas se puede considerar como una familia de curvas, con un punto de coincidencia en el origen, lo que representa un modelo multiplicativo.

El análisis para el modelo multiplicativo determina un valor α común, que reemplaza a las pendientes individuales de las variedades, el cual puede ser determinado mediante la pendiente de la recta de regresión de

los valores b_j del modelo lineal con intercepto en el origen, sobre los promedios de variedades, o mediante el valor inverso del rendimiento medio general del grupo de ensayos.

La similitud de origen, hábito de desarrollo y adaptación a condiciones ambientales del grupo de variedades que forma el experimento, facilita este análisis y amplía el número de ambientes (isoambientes) que pueden ser considerados en él. Si las condiciones anteriores se cumplen parcialmente, el método permite identificar ambientes de comportamiento semejante, para el grupo de variedades en estudio.

RESUMEN

Experimentos de trigo de la Estación Experimental Carillanca y ensayos internacionales de trigo sembrados en diferentes épocas y localidades, se analizan mediante modelo aditivo, lineal y multiplicativo, indicando las condiciones que permiten pasar de uno a

otro. El modelo multiplicativo implica el concepto de familia de curvas y permite reemplazar las pendientes de las rectas de regresión de las variedades sobre el rendimiento medio de las localidades, por el valor α , común a todas ellas.

LITERATURA CITADA

- BOGYO, T.P.; RUSSELL, T.S.; and KONZAK, C.F. 1973. The analysis of genotype environment interaction on durum wheat. Proceedings Symposium on Genetics and Breeding of Durum Wheat. Bari, Italia, 1973. (Ed.) G.I. Scarascia Mugnosa. Fac. Agric. Univ. Bari. p: 413–435.
- BUCIO A., L. 1966. Environmental and Genotype–Environmental components of variability. *Heredity* 21: 387–397.
- CIMMYT—Centro Internacional de Mejoramiento de Maíz y Trigo. 1977/78. Results of the Fourteenth International Spring Wheat Yield Nursery (ISWYN) 1977/78. Information Bulletin Nº 51. México. 98 p.
- FINLAY, K.W. and WILKINSON, G.N. 1963. The analysis of adaptation in a plant breeding programme. *Aust. J. Agr. Res.* 14: 742–754.
- FISHER, R.A. and MACKENZIE, W.A. 1923. Studies in crop variation. II. The manurial response of different potato varieties. *J. Agric. Sci. (Camb.)* 13: 311–320.
- FREEMAN, G.H. 1973. Statistical methods for the analysis of genotype environment interactions. *Heredity* 31: 339–354.
- FREEMAN, G.H. and PERKINS, J.M. 1971. Environmental and genotype–environmental components of variability. VIII. Relations between genotypes grown in different environments and measures of these environments. *Heredity* 27: 15–23.
- HEWSTONE M., C. 1979. Análisis del rendimiento de variedades comerciales de trigo y de algunos factores del medio ambiente que lo afectan en el sur de Chile. Publicación Miscelánea Nº 11. Estación Experimental Carillanca (INIA). 112 p.
- KUHR, S.L.; PETERSON, C.J.; JOHNSON, V.A.; MATTERN, P.J.; and SCHMIDT, J.W. 1980. Results of the Twelfth International Winter Wheat Performance Nursery Grown in 1980. Research Bulletin 303. Nebraska—Lincoln. 209 p.
- MANDEL, J. 1964. *The Statistical Analysis of Experimental Data*. Interscience Publishers, New York. 410 p.
- YATES, F. and COCHRAN, W.G. 1938. The analysis of groups of experiments. *J. Agric. Sci. (Camb.)* 28: 556–580.