

# UN MODELO PROPUESTO PARA ISOTERMAS DE EQUILIBRIO<sup>1</sup>

## A proposed model for equilibrium isotherms

Ricardo Muñoz C.<sup>2</sup>

### SUMMARY

A model was proposed to calculate the equilibrium moisture according to temperature and relative humidity. This model was compared with Henderson Modified and Chung - Pfof models, respectively. The experimental data of rough Oro rice to 10°, 25° and 40°C were used. The mean and maximum error, standard error and determination coefficient were determined. The proposed model was

$$H = 8.1091 \exp(-8.54237 \times 10^{-3} T) + [1.29699 \times 10^{-2} \exp(1.29484 \times 10^{-3} \times T)] \times HR$$

and it registered the highest precision for estimate the experimental values of equilibrium moisture used.

### INTRODUCCION

Las isothermas de "sorci3n" o de equilibrio se definen como la representaci3n gr3fica de la relaci3n existente entre el contenido de humedad de un producto en equilibrio con la humedad relativa y temperatura del ambiente que lo rodea (Hall, 1980). Estas isothermas o curvas de equilibrio pueden obtenerse en "desorci3n" o adsorci3n, seg3n si el producto llega al equilibrio ganando o perdiendo humedad, respectivamente.

Se han propuesto numerosos modelos o ecuaciones, modificados o simplificados, para predecir isothermas de equilibrio higrosc3pico de productos biol3gicos (Brunauer, Emmett y Tetter, 1938; Henderson, 1952; Day y Nelson, 1965; Chung y Pfof, 1967; Halsey (1948) citado por Iglesias y Chirife, 1976; Escardino, Font y Monton, 1978; Rossi y Roa, 1980; De Souza, Couro y Fostes, 1982; Morales, Jim3nez y Arata, 1983). En general, el manejo de las ecuaciones es complejo, exigiendo la mayor3a de las veces la asistencia de un computador.

De los modelos citados en la literatura, los m3s comunes, por su generalidad y relativa precisi3n, son los modelos Henderson modificado y Chung -

Pfof. Estos han sido aprobados por la Sociedad Americana de Ingenieros Agr3colas (ASAE) para ma3z y arroz paddy, entre otros granos (Chung y Lee, 1985):

Henderson modificado:

$$H = 1/100 \times [\ln(1-HR)] / -A \times (T+B)]^{1/C} \quad (1)$$

Chung - Pfof:

$$H = A - B \times \ln[-(T+C) \times \ln(HR)] \quad (2)$$

donde:

- H = Humedad de grano en decimal, base materia seca
- HR = Humedad relativa en decimal
- T = Temperatura, °C
- A, B, C = Constantes, seg3n modelo y tipo de grano.

Los objetivos del presente trabajo fueron proponer un modelo de ajuste, que permita estimar la humedad de equilibrio en funci3n de la humedad relativa y temperatura; y comparar la precisi3n de este, con la estimada por los modelos Henderson modificado y Chung - Pfof, respectivamente.

### MATERIALES Y METODOS

Los datos experimentales usados en el desarrollo del modelo fueron los determinados por Mu3oz y Rebufel (1991), para arroz paddy, variedad Oro, mediante el m3todo de soluciones salinas saturadas a temperaturas de 10°, 25° y 40°C y un

<sup>1</sup>Recepci3n de originales: 19 de abril de 1990.

Trabajo presentado en el XLI Congreso Anual de la Sociedad Agr3n3mica de Chile (SACH), Santiago, Chile, 8 al 11 de octubre de 1990.

<sup>2</sup>Estaci3n Experimental La Pialina (INIA), Casilla 439, Correo 3, Santiago, Chile.

rango de 32,1 a 88,4% de humedad relativa. El desarrollo del modelo derivó de suponer una expresión general (3), que predijera la humedad de equilibrio en función de la temperatura y humedad relativa.

$$H = f_1(T) \times \exp(f_2(T) \times HR) \quad (3)$$

donde:

H = Humedad de equilibrio, % base materia seca

HR = Humedad relativa, %

$f_1(T)$  y  $f_2(T)$  = f(temperatura)

El modelo propuesto consistió en considerar primero  $f_1(T)$  y  $f_2(T)$ , como constantes  $k_1$  y  $k_2$  en (3), respectivamente, para cada nivel de temperatura. En consecuencia, por regresión exponencial se obtuvo los valores de  $k_1$  y  $k_2$ , a temperaturas de 10°, 25° y 40°C, respectivamente. Luego, las constantes  $k_1$  y  $k_2$ , se ajustaron mediante regresión exponencial simple con la temperatura, a través del uso de una calculadora. Finalmente, las expresiones resultantes para  $f_1(T)$  y  $f_2(T)$ , fueron sustituidas en la ecuación (3).

Con los valores experimentales del estudio, se determinó el valor de las constantes del modelo Chung - Pfof, a través del procedimiento computacional de regresión no lineal (NLIN) del sistema SAS (1988). El modelo Henderson modificado (4), determinado con los datos de Muñoz y Rebufel (1991), derivó en la siguiente ecuación:

$$H = 1/100 [\ln(1-HR)] / -2,712 \times 10^{-5} \times (T + 40,32191)^{1/2,32574} \quad (4)$$

Posteriormente se comparó la humedad de equilibrio experimental con las estimadas por el modelo propuesto, Henderson modificado y Chung - Pfof, respectivamente. Esta comparación se basó en el cálculo de error máximo y medio relativo, de acuerdo al criterio empleado por Rossi y otros (1981), cuya expresión es la siguiente:

$$E = |H_e - H_m| / H_e \times 100 \quad (5)$$

donde:

$E$  = Error absoluto medio o máximo, %

$H_e$  = Humedad de equilibrio experimental, % base materia seca

$H_m$  = Humedad de equilibrio, según modelo, % base materia seca

También, se determinó el coeficiente de determinación ( $r^2$ ) y el error estándar de la estimación, según Little y Hills (1976).

## RESULTADOS Y DISCUSION

El Cuadro 1 presenta los valores de las constantes  $k_1$ ,  $k_2$  y coeficientes de determinación de las regresiones de la humedad de equilibrio, en función de la humedad relativa determinadas para cada nivel de temperatura. Las expresiones calculadas para  $f_1(T)$  y  $f_2(T)$  son las siguientes:

$$f_1(T) = 8,10910 \times \exp(-8,54237 \times 10^{-3} \times T) \quad (6)$$

$$f_2(T) = 1,29699 \times 10^{-2} \times \exp(1,29484 \times 10^{-3} \times T) \quad (7)$$

Sustituyendo (6) y (7) en (3) se obtiene el modelo propuesto:

$$H = 8,1091 \exp(-8,54237 \times 10^{-3} T) + [1,29699 \times 10^{-2} \exp(1,29484 \times 10^{-3} \times T)] \times HR \quad (8)$$

La Figura 1 muestra los valores experimentales y las isotermas de equilibrio estimada por el modelo de ajuste propuesto (8).

**CUADRO 1. Constantes de la regresión exponencial de la humedad de equilibrio de arroz paddy, variedad Oro, en función de la humedad relativa, a temperaturas de 10°, 25° y 40°C**

**TABLE 1 . Exponential regression constants to the equilibrium moisture of rough rice variety Oro as function to the relative humidity to 10°, 25° y 40°C temperatures**

Temperaturas °C	Constantes		Coeficiente de determinación $r^2$
	$k_1$	$k_2$	
10	7,48066	$1,31059 \times 10^{-2}$	0,992
25	6,48774	$1,34643 \times 10^{-2}$	0,992
40	5,78952	$1,36250 \times 10^{-2}$	0,997

Aunque las ecuaciones Henderson modificado (4) y Chung - Pfof (9) estimaron satisfactoriamente los puntos experimentales, la ecuación propuesta (8) los estimó con un mayor ajuste. Esto se observa en las figuras 2, 3 y 4 y, cuantitativamente, en los errores relativos máximos y medios, coeficientes de determinación y error estándar, mostrados en el Cuadro 2.

$$H = 0,31407 - 0,052492 \times \ln[-(T + 25,33689) \times \ln(HR)] \quad (9)$$

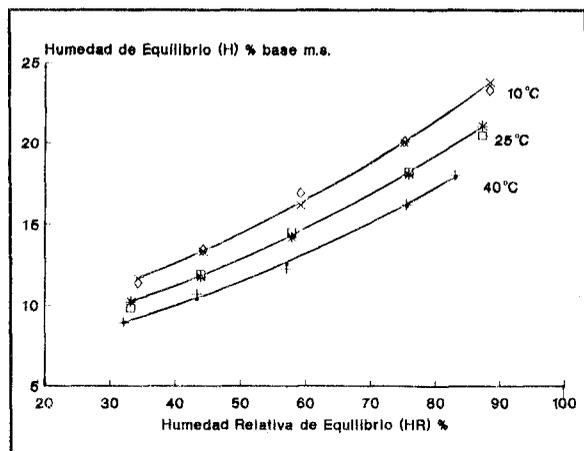


FIGURA 1. Isothermas de equilibrio de desorción para arroz paddy, variedad Oro, a temperaturas de 10°, 25° y 40°C, estimadas según modelo propuesto.

FIGURE 1. Desorption equilibrium Isotherms for rough paddy variety Oro to 10°C, 25° and 40°C temperatures, estimated by the proposed model.

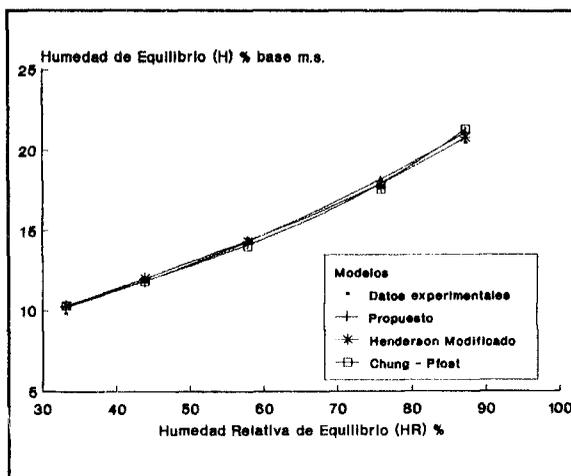


FIGURA 3. Isothermas de equilibrio de desorción para arroz paddy, variedad Oro, a 25°C.

FIGURE 3. Desorption equilibrium isotherm for rough rice variety Oro to 25°C.

**CUADRO 2. Error medio, máximo y estándar y coeficiente de determinación del modelo propuesto y de los modelos Henderson modificado y Chung - Pfoet para los datos experimentales de arroz paddy, variedad Oro**

TABLE 2. Mean, maximum and standar error and determination coefficient for the proposed model and the Henderson Modified and Chung - Pfoet models from experimentals values of rough rice variety Oro

Modelos	Error			Coef. de determinación r <sup>2</sup>
	Medio %	Máximo %	Estándar	
Propuesto	1,79	4,31	0,1277	0,994
Henderson mod.	2,43	5,39	0,1705	0,992
Chung - Pfoet	3,05	8,05	0,3222	0,984

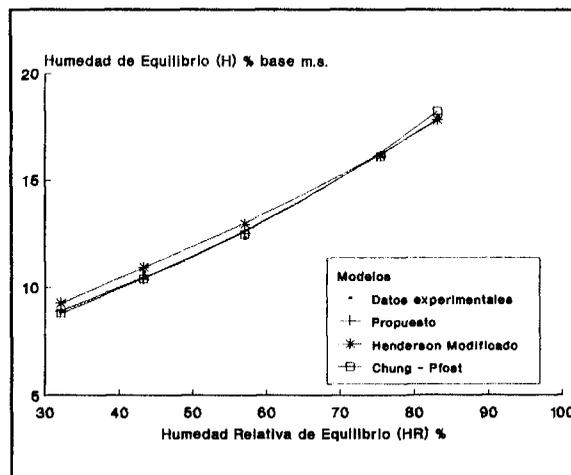


FIGURA 4. Isothermas de equilibrio de desorción para arroz paddy, variedad Oro, a 40°C.

FIGURE 4. Desorption equilibrium isotherm for rough rice variety Oro to 40°C.

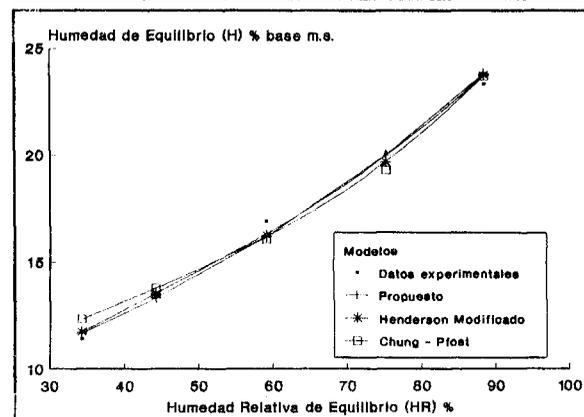


FIGURA 2. Isothermas de equilibrio de desorción para arroz paddy, variedad Oro, a 10°C.

FIGURE 2. Equilibrium isotherm for rough rice variety Oro to 10°C.

**CONCLUSIONES**

- Los valores experimentales de humedad de equilibrio en función de la temperatura y humedad relativa, se ajustaron en forma satisfactoria al modelo propuesto:

$$H = 8,1091 \exp(- 8,54237 \times 10^{-3} T) + [1,29699 \times 10^{-2} \exp(1,29484 \times 10^{-3} \times T)] \times HR$$

- El modelo propuesto estimó mejor la humedad de equilibrio experimental desde el punto de vista de la precisión cuantificada por el error relativo medio y máximo, error estándar y

coeficiente de determinación, cuando se comparó con la calculada por los modelos Henderson modificado y Chung - Pfof, respectivamente.

## RESUMEN

Se propuso un modelo para estimar la humedad de equilibrio en función de la temperatura y la humedad relativa, y se confrontó con la precisión de los modelos Henderson Modificado y Chung - Pfof, respectivamente. Se utilizaron datos experimentales de humedad de equilibrio de arroz paddy, variedad Oro, a temperatura de 10°, 25° y 40°C. Para determinar el modelo con mejor precisión en estimar la humedad de equilibrio, se calcularon los errores relativos medios y máximos,

error estándar y coeficiente de determinación. El modelo de ajuste propuesto fue:

$$H = 8,1091 \exp(- 8,54237 \times 10^{-3} T) + [1,29699 \times 10^{-2} \exp(1,29484 \times 10^{-3} \times T)] \times HR$$

Este registró la mejor precisión para estimar los valores experimentales de humedad de equilibrio usados en el estudio.

## LITERATURA CITADA

- BRUNAUER, S.P., EMMETT, H., and TELLER, E. 1938. Adsorption of gases in multi-molecular layers. *J. of Am. Chem. Soc.* 60: 309-319.
- CHUNG, D.S. and PFOF, H.B. 1967. Adsorption and desorption of water vapor by cereal grain and their products. Part II: Development of the general isotherm equation. *Transaction of the ASAE* 10: 552-555.
- CHUNG, D.S. and LEE, CH. 1985. Physical and thermal properties of grains. In: Champ, B.R. and Highley, E. (ed.). *Preserving grain quality by aeration and in-store drying. Proceedings of an International Seminar held at Kuala Lumpur, Malaysia, 9 - 11 October 1985. ACIAR Proceeding* Nº 15: 53-66.
- DAY, D.L. and NELSON, G.L. 1965. Desorption isotherms for wheat. *Transactions of the ASAE* 8: 293-297.
- DE SOUZA D.G., COURO M.S. y FOSTES, M. 1982. Método simples para avaliação de equações de isothermas e entalpias de sorção e vaporização de água em materiais biológicos. *Revista Brasileira de Armazenamento* 7(2): 69-80.
- ESCARDINO, A., FONT, R. y MONTON, J. 1978. Deseccación de granos de leguminosas. I. Determinación de las humedades de equilibrio de granos de habas y guisantes. *Rev. Agroquím. Tecnol. Alim.* 18(4): 499-505.
- HALL, C.W. 1980. *Drying and storage of agricultural crops.* The Avi Publishing Company, Inc. Westport, Connecticut. EUA. 381 p.
- HENDERSON, S.M. 1952. A basic concept of equilibrium moisture. *Agricultural Engineering* 33: 29-32.
- IGLESIAS, H.A. and CHIRIFE, J. 1976. Prediction of the effect of temperature on water sorption isotherms of food materials. *Journal of Food Technology* 11: 109-116.
- LITTLE, T.M. y HILLS, F.J. 1976. *Métodos estadísticos para la investigación en la agricultura.* Ed. Trillas. México.
- MORALES, P.G., JIMENEZ, S.G. y ARATA, N.A. 1983. Deshidratación de vegetales. I. Isothermas de sorción. *Revista de Alimentos* 8(4):5-8.
- MUÑOZ C., R. y REBUFEL A., P. 1991. Humedad de equilibrio de arroz paddy, variedad Oro, a temperaturas de 10°, 25° y 40°C. *Agricultura Técnica (Chile)* 51 (1): 83-86.
- ROSSI, S.J. y ROA, G. 1980. Secagem e armazenamento de produtos agropecuarios com uso de energia solar e ar natural. *Secretaria da Indústria, Ciência e Tecnologia, Academia de Ciencia do Estado de Sao Paulo. Publicacao ACIEP Nº 22.* 295 p.
- ROSSI, S.J., FIOREZE, R., DE SOUZA C., V.M. y RAMALHO DE FARIAS, H. 1981. Curvas de Teor de umidade de equilibrio e calor latente de vaporização para castanhas de caju e rasas de mandioca. *Revista Brasileira de Armazenamento* 6(2): 5-10.
- SAS-STATISTICAL ANALYSIS SYSTEM. 1988. *SAS/STAT User's Guide, Release 6.03.* Edition. Copyright by SAS Institute Inc., Cary, NC, EUA. Chapter 23.